

Pourcentages

Exemple

Sur les 480 élèves inscrits en classe de 2^{nde}, 108 d'entre eux sont externes.

La **population totale** des élèves de 2^{nde}, notée N , est égale à 480. C'est la population de référence.

La **sous-population** des élèves externes, notée n , est égale à 108.

La **proportion** d'élèves externes parmi tous les élèves de seconde, notée p , est:

$$p = \frac{n}{N} = \frac{108}{480} = \frac{9}{40} = 0,225$$

Cette proportion peut s'exprimer en **pourcentage**: $p = 22,5 \%$.

Méthode: Associer effectif, proportion et pourcentage

Une société de 75 employés compte 12 % de cadres et le reste d'ouvriers.

35 employés de cette société sont des femmes et 5 d'entre elles sont cadres.

a) Calculer l'effectif des cadres.

b) Calculer la proportion de femmes dans cette société.

c) Calculer la proportion, en %, de cadres parmi les femmes. Les femmes cadres sont-elles sous ou surreprésentées dans cette société ?

a) 12% de 75 = $\frac{12}{100} \times 75 = 9$.

Cette société compte 9 cadres.

b) $n = 35$ femmes et $N = 75$ employés

La proportion de femmes est donc égale à $p = \frac{35}{75} = \frac{7}{15} \approx 0,47$.

c) $n = 5$ femmes cadres et $N = 35$ femmes. La population de référence n'est plus la même.

La proportion de cadres parmi les femmes est égale à $p = \frac{5}{35} = \frac{1}{7} \approx 0,14 \approx 14\%$

$14 \% > 12 \%$ donc les femmes cadres sont surreprésentées dans cette société.

Propriété

$$A \subset B \text{ et } B \subset C$$

p_1 est la proportion de A dans B.

p_2 est la proportion de B dans C.

Alors $p = p_1 \times p_2$ est la proportion de A dans C.

Méthode: Calculer des pourcentages de pourcentages

Sur 67 millions d'habitants en France, 66 % de la population est en âge de travailler (15-64 ans).

La population active représente 70 % de la population en âge de travailler.

a) Calculer la proportion de population active par rapport à la population totale.

b) Combien de français compte la population active ?

a) F est la population française.

T est la population en âge de travailler.

A est la population active.

La proportion de A dans T est 70 %.

La proportion de T dans F est 66 %.
La proportion de A dans F est donc égale à:
 $70 \% \times 66 \% = 0,7 \times 0,66 = 0,462 = 46,2 \%$.
46,2 % des français sont actifs.
b) $46,2 \% \text{ de } 67 = 0,462 \times 67 = 30,954$.
La France compte environ 31 millions d'actifs.

Propriétés

Augmenter une valeur de $t \%$ revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.

Diminuer une valeur de $t \%$ revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

$1 + \frac{t}{100}$ et $1 - \frac{t}{100}$ sont appelés les **coefficients multiplicateurs**.

Exemples

Le prix d'un survêtement est de 49€. Il augmente de 8%.

Son nouveau prix est égal à $\left(1 + \frac{8}{100}\right) \times 49 = 1,08 \times 49 = 52,25 \text{ €}$

Le prix d'un polo est de 21€. Il diminue de 12%.

Son nouveau prix est égal à $\left(1 - \frac{12}{100}\right) \times 21 = 0,88 \times 21 = 18,48 \text{ €}$

Définition

On considère une valeur V_0 qui subit une évolution pour arriver à une valeur V_1 .

Le **taux d'évolution** est égal à : $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$

En pourcentage, le taux d'évolution est égal à : $t(\%) = 100 \times \frac{V_1 - V_0}{V_0}$

Remarque

Si $t > 0$, l'évolution est une augmentation.

Si $t < 0$, l'évolution est une diminution.

Exemple

La population d'un village est passée de 8500 à 10400 entre 2008 et 2012.

Calculer le taux d'évolution de la population en %.

$$t = \frac{10400 - 8500}{8500} \approx 0,224 \text{ soit } 22,4\%.$$

Remarque

Une hausse de $t \%$ suivie d'une baisse de $t \%$ ne se compensent pas.

Par exemple, si une grandeur N subit une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% alors elle subit une diminution de 1%.

$$\text{En effet, } N \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = N \times 1,1 \times 0,9 = N \times 0,99 = N \times \left(1 - \frac{1}{100}\right).$$

Propriété

Si une grandeur subit des évolutions successives alors le coefficient multiplicateur global est égal aux produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Méthode : Déterminer un taux d'évolution global

En 2010, la boulangerie-pâtisserie *Aux délices* a augmenté ses ventes de 10%. En 2011, elle a diminué ses ventes de 5%.

Calculer le taux d'évolution des ventes sur les deux années.

Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation en 2010 est égal à : $1 + \frac{10}{100}$.

Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution en 2011 est égal à : $1 - \frac{5}{100}$.

Le coefficient multiplicateur sur les deux années est égal à :

$$\left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 1,1 \times 0,95 = 1,045 = 1 + \frac{4,5}{100}.$$

Le taux d'évolution des ventes sur les deux années est donc égal à 4,5 %.

Définition

On considère le taux t d'évolution de la valeur V_0 à la valeur V_1 .

On appelle **évolution réciproque** le taux t' d'évolution de la valeur V_1 à la valeur V_0 .

Propriété

On considère le taux t d'évolution de la valeur V_0 à la valeur V_1 .

L'évolution réciproque possède un coefficient multiplicateur inverse de l'évolution directe.

Méthode : Déterminer un taux d'évolution réciproque

1) Un magasin a des ventes en diminution de 8% sur l'année 2011.

Quel devrait être le pourcentage d'évolution sur l'année 2012 pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale ?

2) La population d'un village a augmenté de 3% sur une année puis retrouve sa valeur initiale l'année suivante.

Quel est le pourcentage de baisse sur la 2^e année ?

1) Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution de 8 % est égal à :

$$1 - \frac{8}{100} = 0,92.$$

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à : $\frac{1}{0,92} \approx 1,087 = 1 + \frac{8,7}{100}$.

Pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale, il faudrait qu'elles augmentent d'environ 8,7 % sur l'année 2012.

2) Le coefficient multiplicateur est égal à $1 + \frac{3}{100} = 1,03$.

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à :

$$\frac{1}{1,03} \approx 0,971 = 1 - 0,029 = 1 - \frac{2,9}{100}.$$

Sur la 2^e année, la population diminue d'environ 2,9%.