

Loi de probabilité

Exemples

On lance une pièce de monnaie et on regarde la face supérieure.

On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

On fait tourner une roue marquée sur ses secteurs de couleurs différentes et on regarde le secteur marqué par la flèche.

Définitions

Une **expérience** (*lancé un dé par exemple*) est **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou **issues** (*1 ou 3 par exemple*) et que l'on ne peut pas prévoir, à priori, quel résultat se produira.

L'ensemble des issues d'une expérience s'appelle l'**univers** (*1, 2, 3, 4, 5 ou 6*).

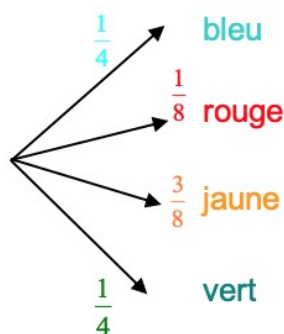
Exemple

Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles.

2 secteurs sur 8 sont de couleur bleue. Lors d'une expérience aléatoire, il y a donc 2 chances sur 8 d'obtenir un secteur de couleur bleue.

On dit que la probabilité d'obtenir un secteur bleu est égale à $\frac{2}{8}$, soit $\frac{1}{4}$.

On inscrit sur l'arbre des possibles les probabilités des différentes issues.

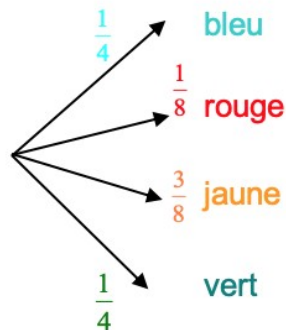


Définition

L'ensemble des probabilités de ces issues constitue ce qu'on appelle la **loi de probabilité**.

Événement

Exemple



Soit l'événement **E** «La roue s'arrête sur un secteur bleu ou rouge».

On pourrait se demander qu'elle est la probabilité que cet événement se réalise?

On dit que la probabilité que l'événement **E** se réalise est égale à $\frac{3}{8}$ et on note:

$$P(E) = \frac{3}{8}.$$

Définitions

Un **événement** est constitué de plusieurs issues d'une même expérience aléatoire. Les **événements élémentaires** sont les événements réduits à une unique issue de l'expérience.

Exemple

On considère l'expérience aléatoire suivante:

On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

Soit **E** l'événement: «La face du dessus est un 1 ou un 6».

Quelle est la probabilité que l'événement **E** se réalise?

On construit l'arbre des possibles de l'expérience aléatoire

Chaque issue a la même probabilité: il y a une chance sur six de sortir un 1, un 2, ... ou un 6.

On dit qu'il y a **équiprobabilité**.

$$\text{Ainsi } P(E) = \frac{1}{3}$$

La probabilité que l'événement **E** se réalise est de $\frac{1}{3}$.

Il y a donc une chance sur trois d'obtenir un 1 ou un 6 en lançant un dé.

Propriétés

1) La probabilité $P(E)$ d'un événement **E** est telle: $0 \leq P(E) \leq 1$.

2) La somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1.

3) La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.

Exemple

On considère l'expérience aléatoire suivante:

On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

Soit E l'événement: «La face du dessus est un 1 ou un 6».

Alors l'événement contraire de E est: «La face du dessus est un 2, un 3, un 4 ou un 5».

Cet événement est noté $\bar{E}$.

Propriété

La probabilité de l'événement contraire d'un événement E est: $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$.

Opérations sur les événements

Exemple

On considère l'expérience aléatoire suivante:

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes à jouer.

On considère les événements suivants:

A : «On tire un valet»

B : «On tire un cœur ou un carreau»

L'intersection des événements A et B est l'événement:

«On tire le valet de cœur ou le valet de carreau». On note cet événement $A \cap B$ et on lit «A inter B»

La réunion des événements A et B est l'événement:

«On tire le valet de piques, le valet de trèfle, un cœur ou un carreau». On note cet événement $A \cup B$ et on lit «A union B»

Définitions

L'événement "A et B", noté $A \cap B$, est réalisé lorsque les deux événements A et B sont simultanément réalisés.

L'événement "A ou B", noté $A \cup B$, est réalisé lorsqu'au moins l'un des deux événements est réalisé.

Théorème

Si A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire, alors :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Définition

On dit que deux événements A et B sont **incompatibles** si $A \cap B = \emptyset$.

Propriété

Si deux événements A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Exemple

On considère l'expérience aléatoire suivante:

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes à jouer.

On considère les événements suivants:

A : «On tire un valet»

B : «On tire un roi»

Les deux événements A et B sont incompatibles, en effet $A \cap B = \emptyset$.

On en déduit que la probabilité de l'événement «Tirer un valet ou un roi» est égale à:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$